

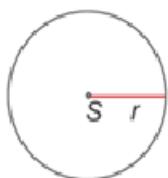
## Četvrtak , 28.5.2020.

Dragi učenici,  
vidim da niste svi odgovorili na moje pitanje o stošcu... To znači da dokument niste niti otvorili, to je kao da ste markirali sa sata matematike (a 22 ????). Sve se bilježi...  
Posljednje geometrijsko tijelo je kugla. Razlikovat ćemo kuglu i sferu. Zapravo, proučite i prepišite....  
Pozdrav

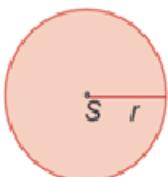
## KUGLA I SFERA

---

**Kružnica** je skup svih točaka ravnine koje su jednako udaljene od jedne čvrste točke  $S$ . Ta udaljenost se naziva **radijus kružnice** i označava sa  $r$ .



**Krug** je skup svih točaka ravnine čija je udaljenost do čvrste točke  $S$  manja ili jednaka  $r$ .



Opišimo kuglu:

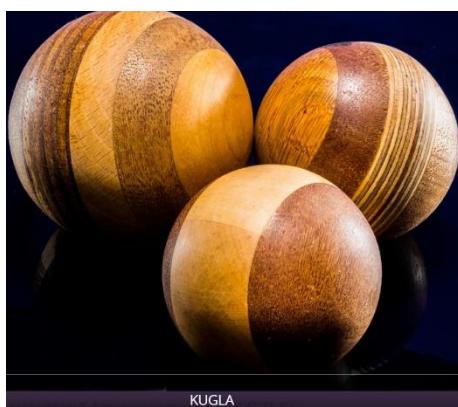
- savršeno je simetrična
- sve točke njezina oplošja jednako su udaljene od njezina središta
- nema bridove ni vrhove.

Razlikujemo **kuglu** i **sferu**.

Uspoređujući s narančom, kora predstavlja sferu, a cijela naranča je kugla.



SFERA



KUGLA

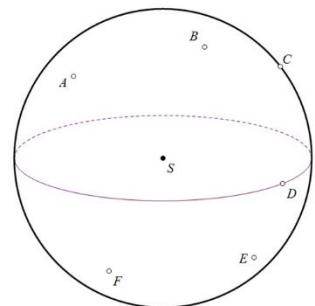
Mjehurić sapunice

Drvena kugla

Zadana je sfera sa središtem S. Promotrimo istaknute točke A,B,C,D, E i F koje pripadaju sfери на slici. Odredimo što im je zajedničko.

Sve su točke koje pripadaju sfери jednako udaljene od njezina središta S .

**Sfera je skup svih točaka prostora jednako udaljenih od jedne čvrste točke, središta sfere.**



**Polumjer sfere je dužina koja spaja središte sfere s bilo kojom točkom koja pripada sfери.**

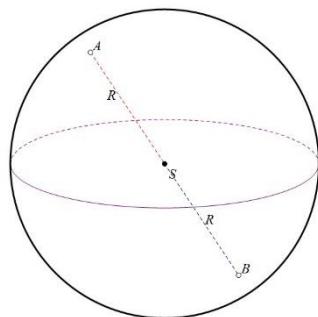
Kugli pripadaju i točke koje se nalaze unutar sfere.

**Kugla je skup svih točaka prostora omeđen sferom uključujući i sfuru. Udaljenost svih točaka kugle od središta kugle je manja od radijusa ili jednaka radijusu kugle.**

**Polumjer kugle jednak je polumjeru pripadne sfere.**

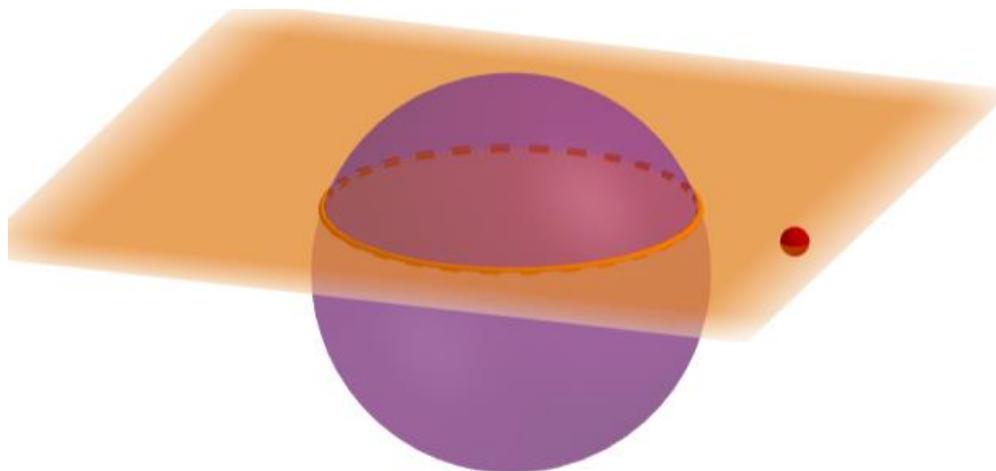
$K(S,R)$  – kugla sa središtem S i duljinom polumjera R

Neka točka A pripada kugli  $K(S,R)$  sa središtem S i radijusom R tada vrijedi  $|SA| \leq R$ .



**Promjer sfere odnosno promjer kugle je dužina kojoj pripada središte sfere odnosno kugle i čiji krajevi pripadaju sferi.**

Presječemo li neku kuglu ravnom, presjek pripadne sfere i ravnine je kružnica, a presjek kugle i ravnine je krug.



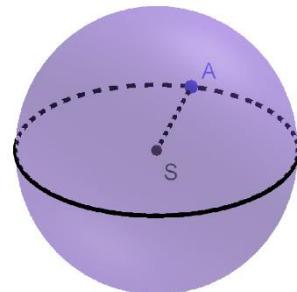
**Glavna kružnica** je najveća kružnica sfere i ima isto središte i isti polumjer kao i kugla..

**Glavni krug** je najveći krug kugle i ima isto središte i isti polumjer kao i kugla.

**Oplošje kugle** računamo pomoću formule:  $O=4\cdot R^2\cdot \pi = 4R^2\pi$

Zašto? <https://www.youtube.com/watch?v=rATJu4TSNL8>

R- polumjer kugle



### Primjer 1.

Izračunajmo oplošje kugle čiji je promjer 10 cm.

Ako je promjer 10 cm, to znači da je polumjer 5 cm. Podatke uvrstimo u formulu za oplošje.

$$O = 4 \cdot R^2 \cdot \pi = 4 \cdot 5^2 \cdot \pi = 100\pi \text{ cm}^2$$

**Obujam kugle** računamo pomoću formule

$$V = \frac{4}{3} r^3 \pi \text{ Zašto? } \underline{\underline{\text{https://www.youtube.com/watch?v=xuPl_8o_j7k}}}$$



20395-0-obujam-s-m  
p4-1533199421781.m

Primjer:

Volumen kugle iznosi  $V = 36\pi \text{ m}^3$ . Odredimo joj oplošje.

### Rješenje

Za oplošje kugle treba nam radijus kugle. Izračunajmo ga iz volumena.

$$V = \frac{4}{3} R^3 \pi$$

$$36\pi = \frac{4}{3} R^3 \pi / : \pi$$

$$R^3 = 36 : \frac{4}{3}$$

$$R^3 = 36^{\frac{9}{4}} \cdot \frac{3}{4}$$

$$R^3 = 27$$

$$R^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$$

$$R = 3 \text{ m}$$

Oplošje.

$$O = 4R^2 \pi$$

$$O = 4 \cdot 3^2 \pi$$

$$O = 36\pi \text{ m}^2$$

I, na kraju da zaključimo:

Možemo uspostaviti vezu, analogiju, između kružnice i sfere te kruga i kugle:

- Ono što je kružnica u ravnini, sfera je u prostoru.
- Ono što je krug u ravnini, kugla je u prostoru.

### KRUŽNICA

SKUP SVIH TOČAKA RAVNINE JEDNAKO UDALJENIH OD ČVRSTE TOČKE.

### SFERA

SKUP SVIH TOČAKA PROSTORA JEDNAKO UDALJENIH OD ČVRSTE TOČKE.

### KRUG

SKUP SVIH TOČAKA RAVNINE OMEĐEN KRUŽNICOM UKLJUČUJUĆI I TOČKE KRUŽNICE.

### KUGLA

SKUP SVIH TOČAKA PROSTORA OMEĐEN SFEROM UKLJUČUJUĆI I TOČKE SFERE.

DIO RAVNINE OMEĐEN KRUŽNICOM UKLJUČUJUĆI I TOČKE KRUŽNICE.

DIO PROSTORA OMEĐEN SFEROM UKLJUČUJUĆI I TOČKE SFERE.

Za izradu ovog materijala korišten je

[https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/d2d61772-7e7a-4f5b-98f9-6bbb5d5d13ca/html/10678\\_Kugla\\_i\\_sfera.html](https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/d2d61772-7e7a-4f5b-98f9-6bbb5d5d13ca/html/10678_Kugla_i_sfera.html)

## **zadatak: (rješenje poslati meni u chat u četvrtak do 23:59)**

Zadane su dimenzije lopti za:

- košarku – promjer lopte 24cm
- nogomet – opseg lopte 70cm (misli se na opseg glavne kružnice)
- rukomet – opseg lopte 58cm(misli se na opseg glavne kružnice)
- tenis – promjer lopte 6.7cm
- stolni tenis – promjer lopte 40mm

Istraži omjer njihovih volumena, tj. poredaj lopte prema obujmu od najmanje do najveće.