

ČETVRTAK, 14.5.2020., 8.e

Dobar dan,
hvala na svim poslanim zadaćama.

Od svih piramida detaljno ćemo proučiti pravilnu četverostranu piramidu.

Tijek aktivnosti:

1. U svoju bilježnicu stavite naslov „Pravilna četverostrana piramida“
2. Proučite https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/d2d61772-7e7a-4f5b-98f9-6bbb5d5d13ca/html/10672_Pravilna_cetverostrana_piramida.html
3. Nacrtaj pravilnu četverostranu piramidu (nacrtaj bazu, dijagonale, iz središta povuci visinu piramide do vrha piramide, vrh spoji s vrhovima baze, pazi na vidljive i nevidljive bridove)
4. U svoju bilježnicu odgovori na sljedeća pitanja:
 - a. Što je pravilna četverostrana piramida?
 - b. Od čega se sastoji mreža pravilne četverostrane piramide?
 - c. Kako se računa površina baze, pobočja i oplošje piramide?
 - d. Kako se računa obujam piramide?
5. U bilježnicu riješi Kolekciju zadataka 3. iz edutorija (zadatke 6,7,8).

Za sva pitanja, stojim na raspolaganju u chatu na Teams-u.

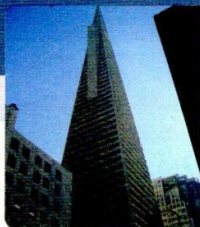
Najljepši pozdrav

IND : Napraviti sve pod točkama 1,2,3,4.

Prilažem temu jučerašnjeg zoom-a.

Pisana provjera upisana je za 21.5.2020.

Pravilna četverostrana piramida



Piramidalna zdanja, poput ovog nebodera u San Franciscu, prisutna su i u suvremenoj arhitekturi. Jasno je da su takve piramide pravilne i uspravne. No zašto su baš četverostrane? Je li to utjecaj starog Egipta ili je razlog isti onaj zbog kojeg i druge građevine uglavnom imaju četvrtastu bazu?

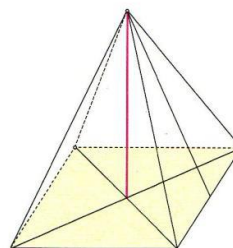
SAZNAT ĆEŠ:

– kako odrediti oplošje i obujam pravilne četverostrane piramide

UPAMTI

Pravilna četverostrana piramida zove se još i kvadratna piramida. Osnovka (baza) te piramide je kvadrat, a pobočke su sukladni jednakokračni trokuti.

Visina kvadratne piramide je spojnica vrha i središta kružnice opisane oko baze (sjecište dijagonala baze), a okomita je na ravninu baze.



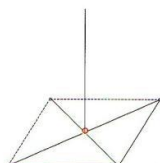
Crtanje skice pravilne četverostrane piramide



1. Crtamo kvadrat *ukoso*.



2. U sjecištu dijagonala podižemo okomicu i na nju nanosimo duljinu visine.

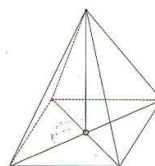


OPREZ

Skicu uvijek počinjemo crtati od baze!

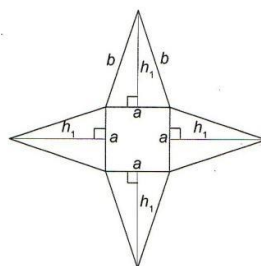


3. Spajamo vrh piramide sa svakim vrhom baze.



Crtanje mreže pravilne četverostrane piramide

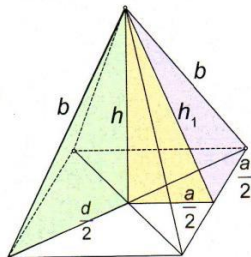
($a = 1$ cm duljina osnovnog brida,
 $h_1 = 1.5$ cm duljina visine pobočke)



PRIMJER 1.

Na slici kvadratne piramide označeni su različiti pravokutni trokuti.

Za svaki trokut ispišimo Pitagorin poučak za svaku od triju stranica pravokutnog trokuta.



Sjeti se: Duljina dijagonale kvadrata iznosi $d = a\sqrt{2}$.

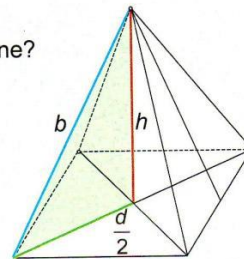
Rješenje:

$\frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{2}$
$b^2 = h^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$	$h_1^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$b^2 = h_1^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

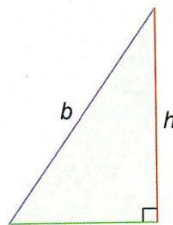
PRIMJER 2.

Duljina pobočnog brida kvadratne piramide iznosi 10 cm, a duljina visine piramide 6 cm. Koliko iznosi duljina osnovnog brida i duljina pobočne visine?

Rješenje: $b = 10$ cm
 $h = 6$ cm
 $a = ?$
 $h_1 = ?$



Uočimo pravokutni trokut u kojemu nalazimo oba zadana podatka (b i h). Izračunajmo duljinu nepoznate katete.



$$\frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = b^2 - h^2$$

$$\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 10^2 - 6^2$$

$$\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 64 / \sqrt{\quad}$$

$$\frac{a\sqrt{2}}{2} = 8 / \cdot 2$$

$$a\sqrt{2} = 16 / : \sqrt{2}$$

$$a = \frac{16}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

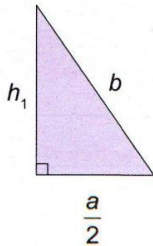
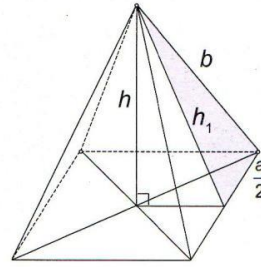
$$a = \frac{16\sqrt{2}}{2}$$

$$a = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

Pravilna četverostrana piramida

Izračunajmo još i duljinu visine pobočke.

Možemo birati između dvaju pravokutnih trokuta u kojima se pojavljuje pobočna visina. Uočimo, primjerice, pravokutan trokut kojemu je hipotenuza pobočni brid duljine b , jedna kateta polovica osnovnog brida duljine $\frac{a}{2}$, a drugu katetu *glumi* upravo pobočna visina duljine h_1 .



$$\begin{aligned} b &= 10 \text{ cm} \\ a &= 8\sqrt{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$h_1^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h_1^2 = 10^2 - \left(\frac{8\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$h_1^2 = 100 - (4\sqrt{2})^2$$

$$h_1^2 = 100 - 16 \cdot 2$$

$$h_1^2 = 100 - 32$$

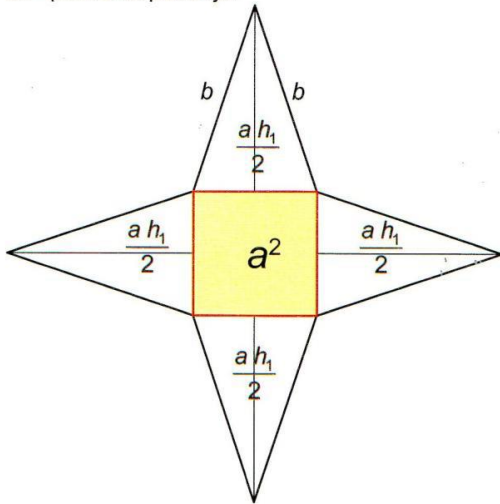
$$h_1^2 = 68 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$h_1 = \sqrt{68}$$

$$h_1 = \sqrt{4 \cdot 17}$$

$$h_1 = 2\sqrt{17} \text{ cm}$$

Oplošje piramide zbroj je površina svih njezinih strana, tj. $O = B + P$, pri čemu je B površina baze, a P površina pobočja.



Budući da je baza ove piramide kvadrat stranice duljine a , površina baze jednaka je $B = a^2$.

Pobočje se sastoji od četiriju sukladnih

jednakokranih trokuta sa stranicom duljine a i visinom duljine h_1 , pa je površina svakog od

njih $\frac{a h_1}{2}$. Dakle, površina pobočja pravilne

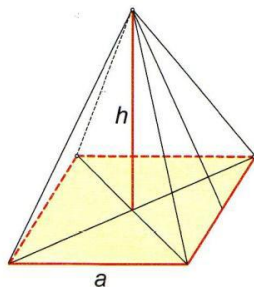
četverostrane piramide jednaka je $P = 4 \cdot \frac{a h_1}{2}$.

$O = B + P$ oplošje pravilne četverostrane piramide

$$B = a^2$$

$$P = 4 \cdot \frac{a h_1}{2}$$

$$P = 2a h_1$$



$$V = \frac{B \cdot h}{3}$$

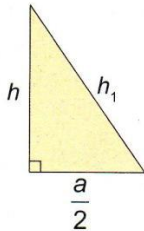
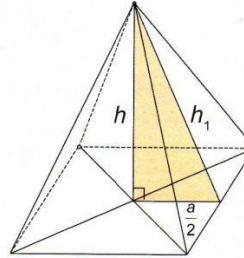
obujam pravilne četverostrane (kvadratne) piramide

$$B = a^2$$

**PRIMJER 3.**

Izračunajmo oplošje i obujam kvadratne piramide kojoj je osnovni brid duljine $a = 10$ cm, a visina piramide duljine $h = 12$ cm.

Rješenje: $a = 10$ cm
 $h = 12$ cm
 $O = ?$
 $V = ?$



Potrebna nam je duljina visine pobočke za izračunavanje površine pobočja. Uočavamo pravokutni trokut u kojemu nalazimo oba zadana podatka i željenu visinu pobočke h_1 .

$$h_1^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h_1^2 = 12^2 + \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$h_1^2 = 144 + 5^2$$

$$h_1^2 = 144 + 25$$

$$h_1^2 = 169 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$h_1 = 13 \text{ cm}$$

$$B = a^2$$

$$B = 10^2$$

$$B = 100 \text{ cm}^2$$

$$P = 4 \cdot \frac{a h_1}{2}$$

$$P = 2 a h_1$$

$$P = 2 \cdot 10 \cdot 13$$

$$P = 260 \text{ cm}^2$$

Sada možemo izračunati oplošje.

$$O = B + P$$

$$O = 100 + 260$$

$$O = 360 \text{ cm}^2$$

Za izračunavanje obujma imamo sve potrebne podatke.

$$B = 100 \text{ cm}^2$$

$$h = 12 \text{ cm}$$

$$V = ?$$

$$V = \frac{B \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{100 \cdot 12}{3}$$

$$V = 400 \text{ cm}^3$$