NIJE POTREBNO PREPISIVATI – OVO SLUŽI KAO POMOĆ U RJEŠAVANJU ZADATAKA

TOČKE, PRAVCI I RAVNINE U PROSTORU

Prisjetimo se kako označavamo skupove točaka u ravnini i prostoru:

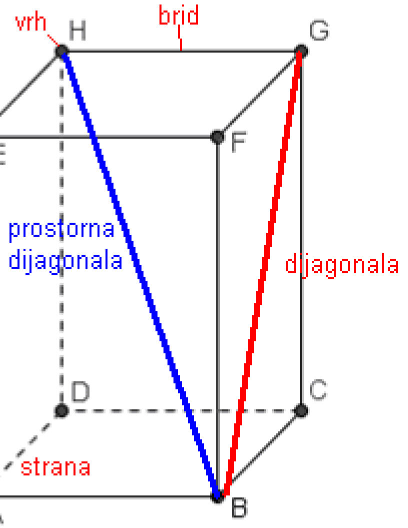
točke - $A, B, C, \ldots$

dužine - $\overline{AB}, \overline{ED}, \ldots$

pravci i polupravci - $a, b, c, p, q, AB, GH, \ldots$

geometrijski likovi - trokut ΔABC, četverokut $EFGH, \ldots$

Ravnine ćemo označavati malim grčkim slovima: π, α, β, ... ili nekim točkama koje ju određuju, primjerice ravnina ABC.



Točke, pravce i ravnine u prostoru promatrat ćemo na modelu kvadra $ABCDEFGH$. Upoznajmo osnovne elemente kvadra.

Kvadar ima:

8 vrhova - točke: A, B, C, D, E, F, G, H;

12 bridova - dužine: $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BC}, \overline{BF}, \overline{CD}, \overline{CG}, \overline{DH}, \overline{EF}, \overline{FG}, \overline{GH}, \overline{HE}$;

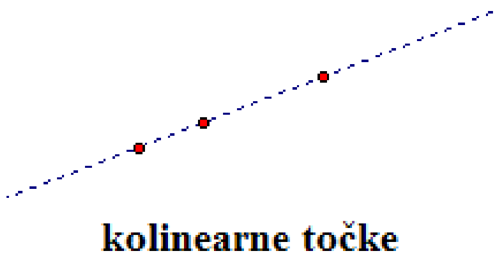
6 strana - pravokutnici: $ABCD$, $EFGH$, $BCGF$, $ADHE$, $ABFE$ i $DCGH$.

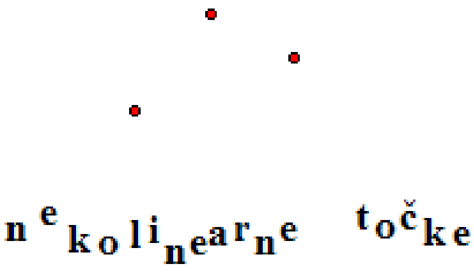
Svaka strana kvadra ima dvije dijagonale. Te dijagonale se nazivaju **plošne dijagonale kvadra**.

Kvadar ima i četiri **prostorne dijagonale**. To su dužine koje spajaju one vrhove kvadra koji ne leže na istoj strani kvadra.

Točke koje leže na istom pravcu zovu se **kolinearne točke**.

Točke koje ne leže na istom pravcu, tj. koje nisu kolinearne, nazivaju se **nekolinearne točke**.

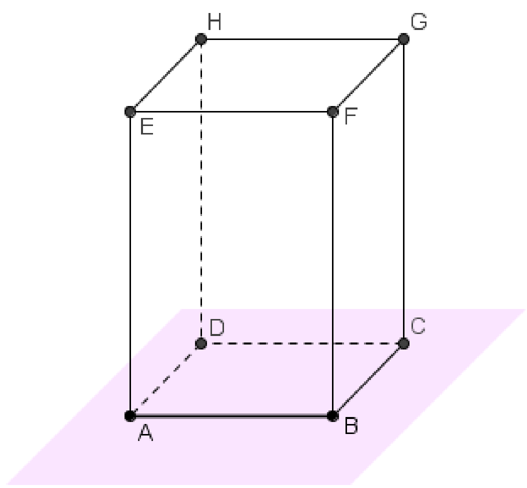


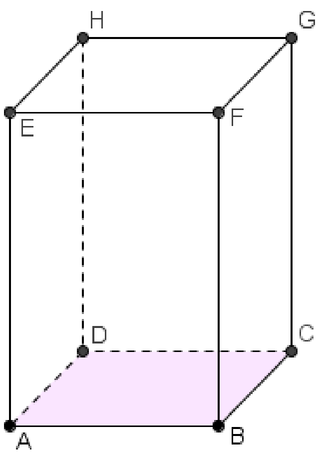


RAVNINE

Primjer 1. Točke određuju ravninu

Ravnina *ABC*





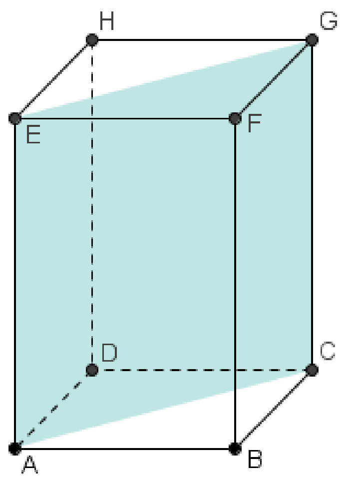
Ravnina *ABCD* se može označiti kao ravnina *ABC*, ravnina *BCD*, ravnina *ACD*, ravnina *ABD*.

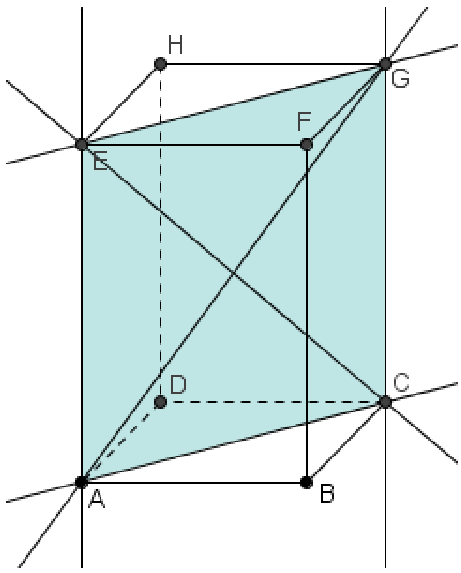
Svake tri točke prostora koje ne pripadaju jednom pravcu, tj. nisu kolinearne, određuju točno jednu ravninu.

Primjer 2. Pravci određuju ravninu

Pogledajmo na modelu kvadra ravninu *ACG*.

Pravac koji prolazi kroz dvije različite točke neke ravnine leži u toj ravnini, tj. pripada joj.





Dakle, ravnina *ACG* određena je primjerice, pravcima *AC* i *EG* ili pravcima *AG* i *CE* ili pravcima *AG* i *EG*.

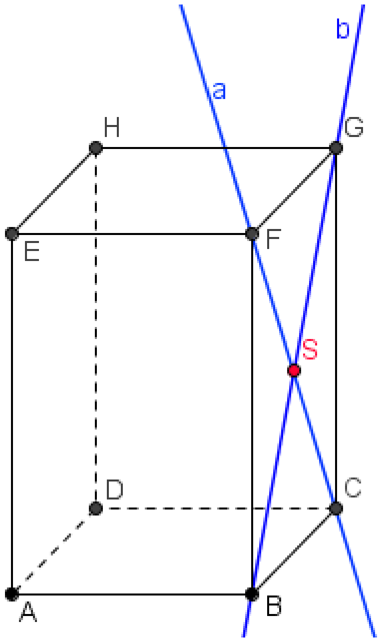
Ravnina je određena s:

- tri nekolinearne točke
- dva različita pravca (koji su ili usporedni ili se sijeku)
- pravcem i točkom koja mu ne pripada.

MEĐUSOBNI POLOŽAJ DVAJU RAZLIČITIH PRAVACA U PROSTORU:

Primjer 1. Pravci se sijeku

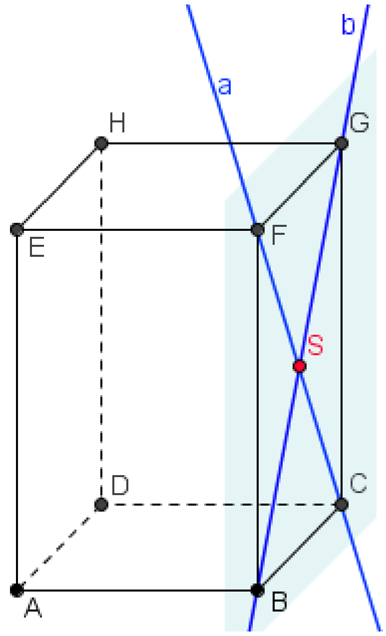
Pogledajmo na modelu kvadra dva pravca koji se sijeku.



Možemo li odrediti jednu ravninu u kojoj se nalaze ta dva pravca?

Rješenje:

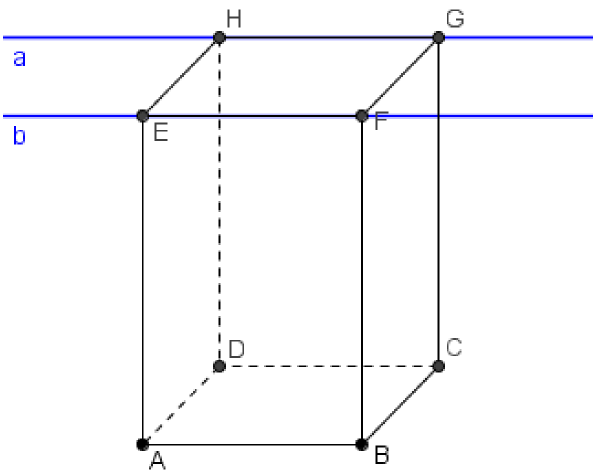
Ta dva pravca nalaze se u istoj ravnini, ravnini *BCG*. Pravci *a* i *b* imaju jednu zajedničku točku - sjecište *S*.



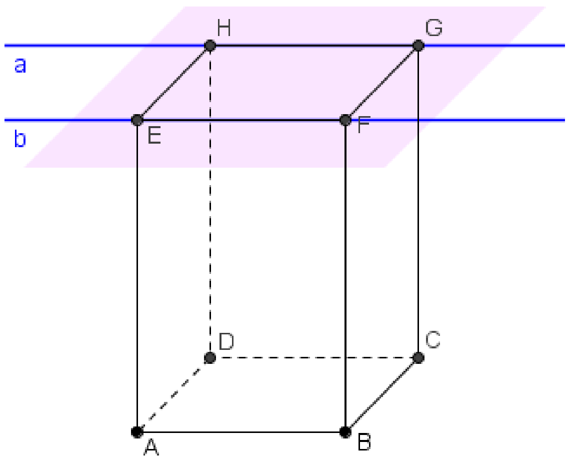
Dva pravca koji se sijeku uvijek pripadaju jednoj ravnini. Pravci koji se sijeku imaju jednu zajedničku točku.

Primjer 2. Usporedni pravci

Pogledajmo na modelu kvadra dva usporedna pravca.



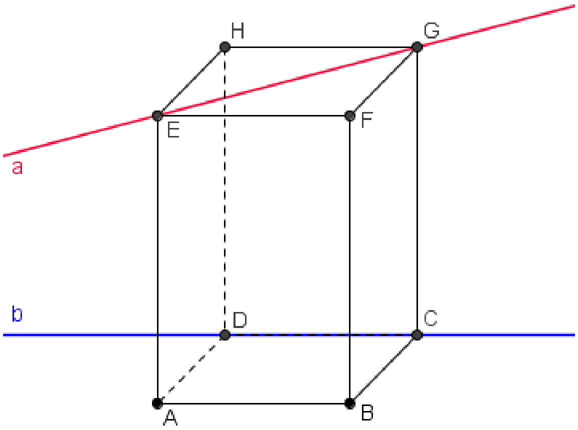
Postoji li ravnina koja sadrži oba pravca?



Dva usporedna pravca pripadaju jednoj ravnini. Usporedni pravci nemaju zajedničkih točaka.

Primjer 3. Mimosmjerni pravci

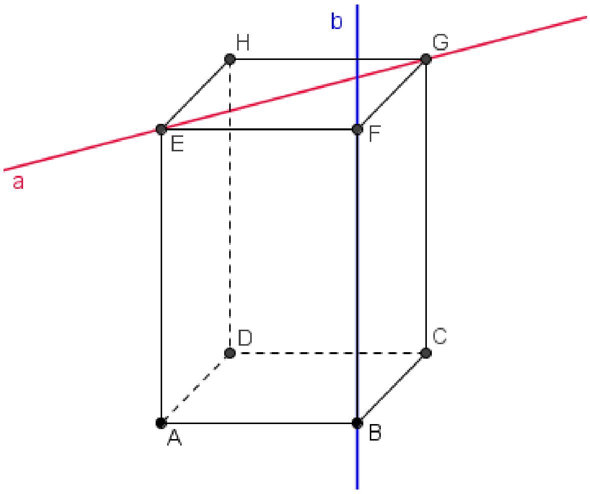
Pogledajmo na modelu kvadra ova dva pravca.



Koliko zajedničkih točaka imaju ta dva pravca? Nalaze li se oni u istoj ravnini?

Ta dva pravca nemaju zajedničkih točaka, ali nisu ni usporedni. Ne postoji ravnina u kojoj se nalaze oba pravca.

Takve pravce nazivamo **mimosmjerni pravci ili mimoilazni pravci**.



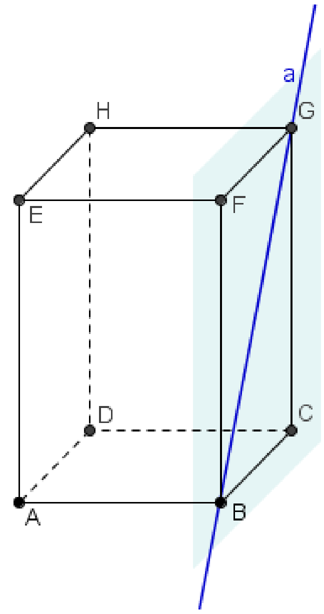
Međusobni položaj dvaju različitih pravaca u prostoru:

1. Pravci se **sijeku**, imaju jednu zajedničku točku;
2. Pravci su **usporedni**, nemaju zajedničkih točaka;
3. Pravci su **mimosmjerni**, nemaju zajedničkih točaka.

MEĐUSOBNI POLOŽAJ PRAVCA I RAVNINE U PROSTORU:

Primjer 1. Pravac leži u ravnini

Pogledajmo na modelu kvadra pravac *BG* i ravninu *BCG*. Koliko zajedničkih točaka imaju?



Rješenje:

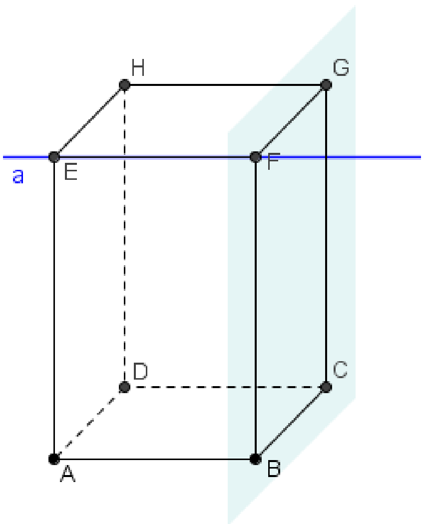
Pravac i ravnina imaju beskonačno mnogo zajedničkih točaka jer je svaka točka koja pripada pravcu ujedno pripada i ravnini. Kažemo da **pravac** *BG* **pripada ravnini** *BCG* ili da pravac *BG* leži u ravnini *BCG*.

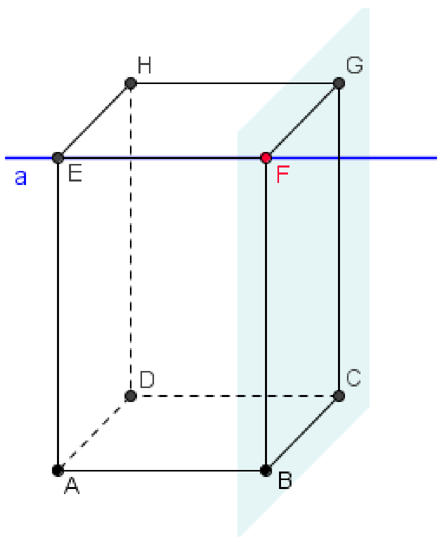
Ako dvije točke pravca pripadaju ravnini onda i cijeli pravac pripada toj ravnini, tj. pravac pripada ravnini.

Primjer 2. Pravac probada ravninu

Pogledajmo na modelu kvadra pravac *EF* i ravninu *BCG*. Koliko zajedničkih točaka imaju?

Rješenje:



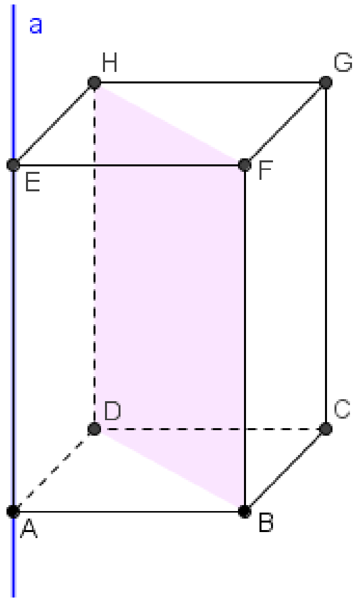


Pravac *EF* i ravnina *BCG* imaju jednu zajedničku točku - točku *F*. Kažemo da **pravac** *EF* **probada ravninu** *BCG*. Točku u kojoj pravac probada ravninu nazivamo **probodište**.

Ako pravac i ravnina imaju samo jednu zajedničku točku onda pravac probada ravninu. Točku u kojoj pravac probada ravninu nazivamo probodište.

Primjer 3. Pravac usporedan s ravninom

Pogledajmo na modelu kvadra pravac AE i ravninu FGH. Koliko zajedničkih točaka imaju?



Rješenje:

Pravac AE i ravnina FGH nemaju niti jednu zajedničku točku.

Kažemo da pravac AE i ravnina FGH **usporedni**.

Pravac i ravnina su usporedni ako nemaju zajedničkih točaka.

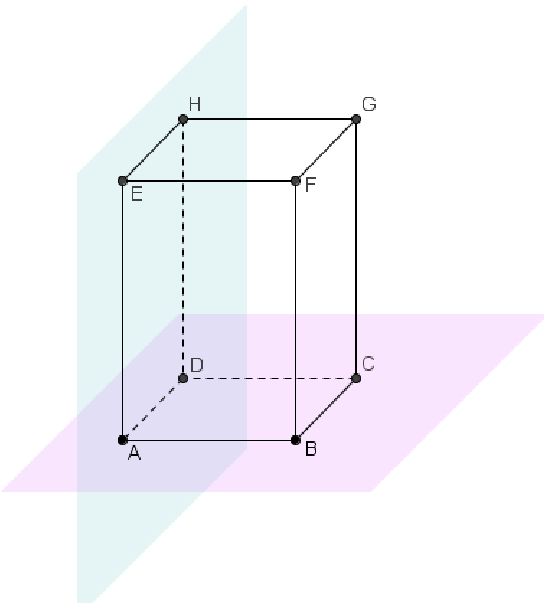
Međusobni položaj pravca i ravnine u prostoru:

1. pravac leži u ravnini, imaju beskonačno mnogo zajedničkih točaka;
2. pravac probada ravninu, imaju jednu zajedničku točku;
3. pravac i ravnina su usporedni, nemaju zajedničkih točaka.

MEĐUSOBNI POLOŽAJ DVIJU RAZLIČITIH RAVNINA U PROSTORU:

Primjer 1. Ravnine se sijeku

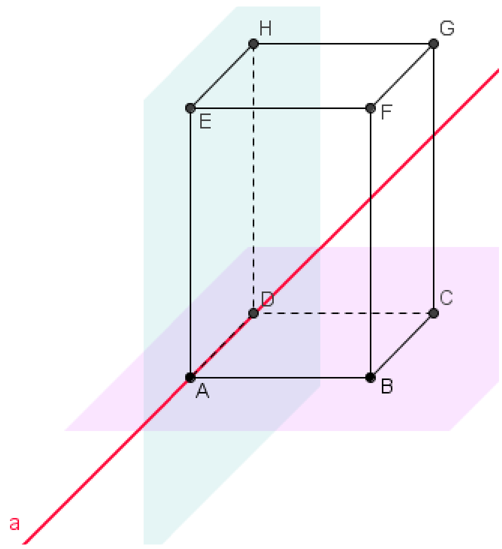
Pogledajmo na slici ravnine *ADH* i *ABD*. U kakvom se položaju nalaze te dvije ravnine? Što im je zajedničko?



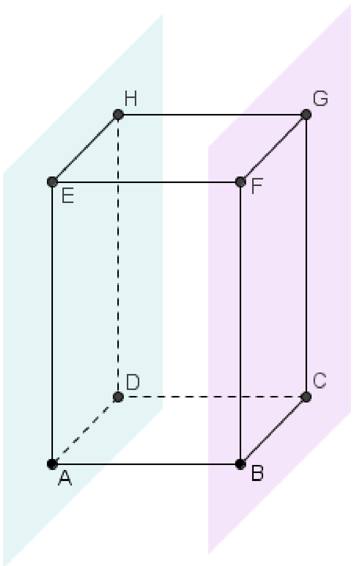
Rješenje:

Te dvije **ravnine se sijeku.** Pravac AD leži u obje ravnine, on je njihov zajednički pravac. Kažemo ravnine *ADH* i *ABD* sijeku se u pravcu AD.

Taj pravac se zove **presječnica**.



Primjer 2. Usporedne ravnine



Pogledajmo na slici ravnine *ADH* i *BCG*. U kakvom se položaju nalaze te dvije ravnine?

Rješenje:

Ravnine *ADH* i *BCG* su usporedne, nemaju zajedničkih točaka.

Međusobni položaj dviju različitih ravnina u prostoru:

1. ravnine se sijeku, imaju zajednički jedan pravac, presječnicu;
2. ravnine su usporedne, nemaju zajedničkih točaka.